



Düzce Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi

Elastik Yarı Sonsuz Düzlem Üzerine Oturan Ağırlıklı Tabakanın Sonlu Elemanlar Yöntemi Kullanılarak Sürtünmesiz Temas Problemi Analizi

Alper POLAT ^{a,*}, Yusuf KAYA ^b, Talat Şükrü ÖZŞAHİN ^c

^a İnşaat Teknolojisi Programı, Tunceli MYO, Munzur Üniversitesi, Tunceli, TÜRKİYE

^b İnşaat Mühendisliği Bölümü, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi, Gümüşhane Üniversitesi, Gümüşhane, TÜRKİYE

^c İnşaat Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon, TÜRKİYE

* Sorumlu yazarın e-posta adresi: apolat80@gmail.com

ÖZET

Bu çalışmada, elastik yarı sonsuz düzlem üzerine oturan ve rijit iki blok ile yüklenmiş homojen tabakada sürekli temas probleminin karşılaştırmalı analizi yapılmıştır. Elastisite çözümünden elde edilen sonuçlar, sonlu elemanlar yöntemi (SEM) kullanılarak elde edilen sonuçlarla kıyaslanmıştır. Problemden bütün yüzeylerin sürtünmesiz olduğu kabul edilmiştir. Problemin iki boyutlu SEM analizi ANSYS paket programı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bloklar üzerindeki Q ile P yüklerinin farklı yükleme koşullarında analizleri yapılmıştır. Homojen tabaka ile elastik yarı sonsuz düzlem arasındaki ilk ayrılma yükü ve ilk ayrılma uzaklıkları (x_{cr} , λ_{cr}) ile σ_y normal gerilmeleri elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar grafik ve tablo halinde gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: : Sürekli Temas, Elastik Tabaka, Rijit Blok, Integral Denklem, Elastisite, Sonlu Elemanlar Yöntemi

Analysis of Frictionless Contact Problem for A Weighted Layer on An Elastic Half Plane Using FEM

ABSTRACT

In this study, a comparative analysis of the continuous contact problem of a homogeneous layer loaded by two rigid flat blocks and resting on elastic half plane is investigated using the finite element method (FEM). The results obtained from the elasticity solution are compared with FEM solutions. Also in this problem, it is assumed that the all surfaces are frictionless. Two dimensional finite element analysis of the problem is carried out using ANSYS Mechanical APDL. The analyzes are performed for different loading conditions of Q and P loads. Initial

separation load and initial separation points (x_{cr} , λ_{cr}) and normal stresses (σ_y) between the homogenous layer and the elastic half plane are determined. The obtained results are shown in graphs and tables.

Keywords: Continuous Contact, Elastic Layer, Rigid Block, Integral Equation, Elasticity, Finite Element Method

I. GİRİŞ

Yapı ya da mekanik sistem elemanları genellikle birbirleriyle temas halindedir. Temeller, demiryolları, tahıl siloları, akaryakıt tankları, silindirik miller, şaftlar, köprüler, çatı makasları, kirişler temas içeren uygulama alanlarından bazılarıdır. Temas sonucunda meydana gelebilecek gerilme, şekil değiştirme ve yer değiştirme ifadelerinin bilinmesi, sistemlerin güvenle boyutlandırılması aşamasında oldukça önemlidir. Bu ifadelerin belirlenmesinde eleman teorisi çoğu zaman yetersiz kalmaktadır. Eleman teorisi göre daha kesin sonuç veren elastisite teorisi yardımıyla problemlerin çözümü, bilgisayar teknolojisi ve sayısal çözüm yöntemlerinin gelişmesine paralel olarak yoğunluk kazanmıştır. Ayrıca integral dönüşüm teknikleri, sonlu elemanlar, sınır elemanları ve sonlu farklar gibi yöntemler kullanılarak temas problemleri ile ilgili pek çok çalışma yapılmıştır.

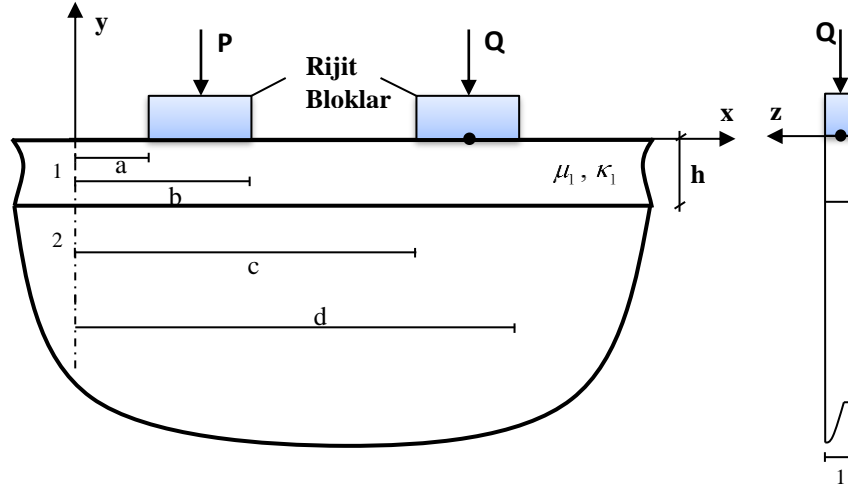
Temas yüklemesi altında yarı sonsuz elastik gövdede temas gerilmesi dağılımı ilk olarak Boussinesq tarafından ele alınmıştır. Problemin en genel hali ise Hertz tarafından ele alınmış ve bu çalışma birçok araştırmacı için temel olmuştur [1]. Hertz'in kabulüne göre temas bölgesi, ana gövde ile karşılaştırıldığında yeteri kadar küçüktür ve ana gövde, yarı sonsuz düzlem olarak kabul edilebilir. Bu kabul, temas problemleri çözümünde matematiksel olarak kolaylık sağlar. Sürtünmesiz temas problemlerinin genel çözümü Muskhelishvili tarafından elde edilmiştir [2]. Temas problemlerinin çözümünde integral dönüşüm tekniklerinin uygulamalarına Ufliand'ın çalışmasında yer verilmiştir [3]. Çakıroğlu ve Erdöl, çalışmalarında elastik zemine oturan malzeme sabitleri ve kalınlıkları farklı iki tabakanın birbiri üstüne oturtulmasından meydana gelen bileşik tabaka problemini çözmüşlerdir [4]. Dempsey, Zhao ve Minetyan, Winkler temeli tarafından mesnetlenmiş, elastik tabakaya ait asimetrik temas problemini incelemişlerdir [5]. Özşahin, rijit iki düz blok üzerine oturan, farklı yüksekliklere ve farklı elastik özelliklere sahip homojen, izotrop iki tabakadan oluşan bileşik tabakada sürekli ve süreksiz temas problemini çözmüştür [6]. Birinci, elastik temele oturan, farklı elastik sabitlere ve yüksekliklere sahip malzemelerden yapılan tabakalarda temas problemini çözmüştür [7]. Kahya, iki tabakalı elastik ortamda sürekli ve süreksiz değme problemlerini incelemiştir [8]. Elastik küreler için temas problemleri üzerine yapılan çalışmada, küçük olmayan temas alanlarına Hertz teorisinin uygulanabilirliği araştırılmıştır [9]. El-Borgi çalışmalarında, fonksiyonel dereceli bir tabaka ile homojen tabaka arasındaki ayrılmalı temas problemini irdelemiştir. Çalışmada, yayılı olarak yüklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş tabakaya ait temas gerilmeleri ve ayrılma uzaklıkları belirlenmiştir [10]. Adıyaman, iki çeyrek düzlem üzerine oturan elastik bir tabakanın sürtünmesiz ve ayrılmalı temas problemini incelemiştir [11]. Ayrıca temas problemlerinin sonlu elemanlar yöntemine göre çözümünün analitik sonuçlarla kıyaslanmasına yönelik çalışmalar da bulunmaktadır. Yaylacı vd, ayrılmalı temas probleminin analitik ve sonlu elemanlar çözümlerinin karşılaştırılması üzerine çalışmışlardır [12]. Öner, elastik yarı sonsuz düzleme oturan ve Rijit dairesel bir punch ile yüklenmiş iki elastik tabakanın temas problemini sonlu elemanlar yöntemi ile çözerek analitik sonuçlarla karşılaştırma yapmıştır [13]. Kaya vd. ağırlıklı ve ağırlıksız çeşitli temas problemlerinin sonlu elemanlar modelini yaparak analitik sonuçlarla kıyaslamışlardır [14-15]. Li vd. 2017 çalışmalarında, statik ve dinamik yükler altında

ortotropik fonksiyonel dereceli malzemeler ile gerilme yoğunluğu faktörlerini belirlemek için sonlu blok yöntemi geliştirilmişlerdir [18]. Bora çalışmasında iki rijit dikdörtgen blok ile yüklenmiş ve elastik yarı sonsuz düzlem üzerine oturan, yükseklikleri ve elastik özellikleri farklı homojen ve izotrop iki tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemlerini analitik ve sonlu Elemanlar Yöntemi kullanarak ayrı ayrı incelemiştir [19]. Güler vd. silindirik fonksiyonel dereceli ortotropik bir ortam üzerinde kayan silindirik rijit pançın sürtünmeli temas problemini incelemiştir. Yaptıkları bu çalışmada temas gerilmelerini elde etmek için hem analitik hem de sayısal yöntemler geliştirmişlerdir [20].

Bu çalışmanın amacı, sonlu elemanlar yöntemiyle bir temas probleminin analizini yaparak elastisite teorisinden elde edilen çözümle karşılaştırmaktır. Problemden, hem tabaka hem de elastik yarı sonsuz düzlem homojen ve izotropdur. Ayrıca tüm yüzeylerin sürtünmesiz olduğu kabul edilmiştir. Problemin analitik çözümü elastisite teorisinin genel denklemleri ile, sonlu eleman çözümü ise ANSYS (2015) [16] programı kullanılarak yapılmıştır.

II. PROBLEMİN ANALİTİK ÇÖZÜMÜ

İncelenecek olan temas probleminde, elastisite teorisinin temel denklemleri olan denge denklemleri, yer değiştirme ve şekil değiştirme bağıntılarını içeren Navier denklemleri kullanılmıştır. Fourier integral dönüşüm tekniği ile gerilme ve yer değiştirmelere ait integral ifadeler elde edilmiştir. Tekil integral denklemlerin çözümünde Gauss-Chebyshev integrasyon formüllerinden faydalanılmıştır. Dış yükler P ve Q tabakaya iki düz rijit blok vasıtasıyla aktarılmaktadır.



Şekil 1. Problemin Geometrisi

$(-\infty, +\infty)$ aralığında uzanan h yüksekliğindeki sürtünmesiz tabakaya ait geometri ve eksen takımı şekil 1'de görülmektedir. Genel denklemler:

$$\mu_k \nabla^2 u_k + \frac{2\mu_k}{(\kappa_k - 1)} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x} + \frac{\partial v_k}{\partial y} \right) = 0, \quad (1a)$$

$$(k = 1, 2)$$

$$\mu_k \nabla^2 v_k + \frac{2\mu_k}{(\kappa_k - 1)} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x} + \frac{\partial v_k}{\partial y} \right) = \rho_k g. \quad (1b)$$

olup μ ve κ malzeme sabitleridir. Kütle kuvvetleri $\rho_k gh$ olarak düşünülmüştür. ρ_k tabakanın yoğunluğunu, g ise yer çekimi ivmesini göstermektedir. u_p ve v_p kütle kuvvetlerinin olması durumundaki yer değiştirme ifadeleri, u_h ve v_h ise kütle kuvvetlerinin ihmal edildiği duruma ait yer değiştirme ifadelerdir. Toplam deplasman:

$$u = u_h + u_p \quad (2)$$

$$v = v_h + v_p \quad (3)$$

şeklinde yazılabilir. Bu yer değiştirme ifadelerine Fourier integral dönüşümü uygulanırsa:

$$u_{1_h}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} U_1(\alpha, y) e^{i\alpha x} d\alpha, \quad (3a)$$

$$v_{1_h}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} V_1(\alpha, y) e^{i\alpha x} d\alpha, \quad (3b)$$

Burada $i = \sqrt{-1}$ and $U_1(\alpha, y)$ ve $V_1(\alpha, y)$, $u_1(x, y)$ and $v_1(x, y)$ 'nin x ve y doğrultusundaki ters Fourier dönüşümleridir. 3 no'lu denklemler 1 no'lu denklemlerde yerlerine yazılıp gerekli türevleri alınır. Elastik yarı sonsuz düzlem için düşey eksen göz önünde bulundurulduğunda, yer değiştirmelerin $y \rightarrow -\infty$ için sıfır olması şartı kullanılabilir. Hooke yasaları kullanılarak (4a-4b) no'lu denklemlerden gerilme ifadeleri elde edilebilir. Kütle kuvvetlerinin ihmal edilmesiyle yer değiştirme ve gerilme ifadeleri:

$$u_{2_h}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ e^{|\alpha|y} \left[E \frac{|\alpha|}{\alpha} + F \left(\frac{\kappa_2}{\alpha} + \frac{|\alpha|}{\alpha} y \right) \right] \right\} e^{i\alpha x} d\alpha, \quad (4a)$$

$$v_{2_h}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ [E + Fy] e^{|\alpha|y} \right\} e^{i\alpha x} d\alpha, \quad (4b)$$

$$\sigma_{y_{2_h}}(x, y) = \frac{\mu_2}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\alpha x} \left\{ e^{|\alpha|y} \left\{ 2E|\alpha| + F[(\kappa_2 - 1) + 2|\alpha|y] \right\} \right\} d\alpha, \quad (4c)$$

$$\sigma_{x_{2_h}}(x, y) = -\frac{\mu_2}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\alpha x} \left\{ e^{|\alpha|y} \left\{ 2E|\alpha| + F[(\kappa_2 + 3) + 2|\alpha|y] \right\} \right\} d\alpha, \quad (4d)$$

$$\tau_{xy_{2_h}}(x, y) = \frac{i\mu_1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\alpha x} \left\{ e^{|\alpha|y} \left\{ 2E\alpha + F \left[\frac{|\alpha|}{\alpha} (\kappa_2 + 1) + 2\alpha y \right] \right\} \right\} d\alpha, \quad (4e)$$

Kütle kuvveti dahil edilmesi durumunda özel çözümler aşağıdaki gibi elde edilir:

$$u_{1p} = \frac{3-\kappa_1}{8\mu_1} \frac{\rho_1 g h}{2} x, \quad (5a)$$

$$v_{1p} = \frac{\rho_1 g y}{2\mu_1} \left[\frac{(\kappa_1 - 1)}{(\kappa_1 + 1)} (y - h) - \frac{(\kappa_1 + 1)}{8} h \right], \quad (5b)$$

$$\sigma_{y_{1p}} = \frac{\rho_1 g}{2\mu_1} (y - h), \quad (5c)$$

$$\sigma_{x_{1p}} = \frac{\rho_1 g}{2\mu_1} \left(y - \frac{h}{2} \right) \frac{(1 + \kappa_2)}{(1 + \kappa_2) + 2\mu_2(1 + \kappa_1)}, \quad (5d)$$

$$\tau_{xy_{1p}} = 0. \quad (5e)$$

şeklinde yazılabilir. Bilinmeyen katsayılar probleme ait aşağıdaki sınır şartlarından elde edilmiştir. Katsayılar ve probleme ait diğer çözümler Özşahin'in çalışmasında sunulmuştur [17].

$$\sigma_{y_1}(x, h) = \begin{cases} -p(x) & a < x < b \\ -q(x) & c < x < d \\ 0 & -\infty < x < a, b < x < c, d < x < \infty \end{cases}, \quad (6a)$$

$$\tau_{xy_1}(x, h) = 0, \quad -\infty < x < \infty, \quad (6b)$$

$$\tau_{xy_1}(x, 0) = 0, \quad -\infty < x < \infty, \quad (6c)$$

$$\tau_{xy_2}(x, 0) = 0, \quad -\infty < x < \infty, \quad (6d)$$

$$\sigma_{y_1}(x, 0) = \sigma_{y_2}(x, 0), \quad -\infty < x < \infty, \quad (6e)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [v_2(x, 0) - v_1(x, 0)] = 0, \quad -\infty < x < \infty, \quad (6f)$$

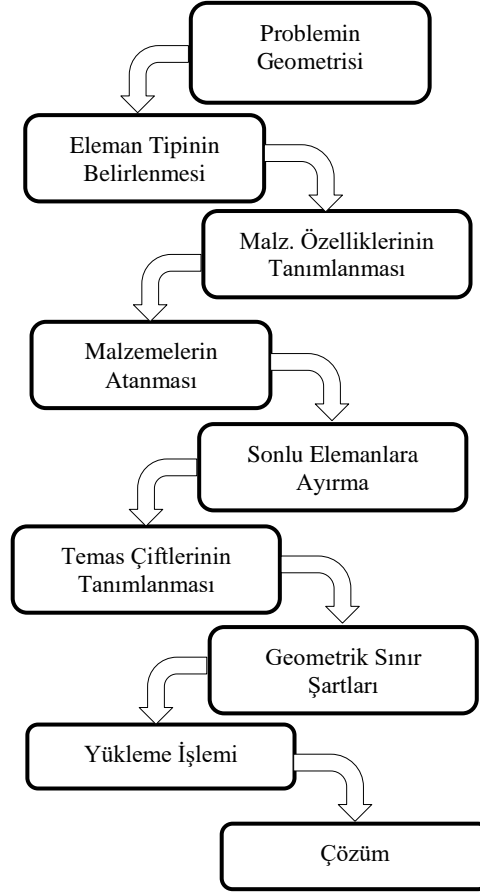
III. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE ÇÖZÜM

Son yıllarda zor ve karmaşık mühendislik problemlerinin çözümü için çeşitli yöntemler kullanılmıştır. Özellikle sayısal analiz yöntemleri sıkça tercih edilmektedir. En yaygın kullanılan yöntemlerden biri de sonlu elemanlar yöntemidir. Sonlu elemanlarda, parçanın bütünü yerine bölünmüş çok sayıda eleman üzerinde çözümler yapılır ve sonuca ulaşılır. Bilinmeyenlerin hesaplanması için her düğüm noktasında:

$$[D]\{U\} = \{F\} \quad (7)$$

işlemi yapılır. Burada $[D]$ rijitlik matrisi, $\{U\}$ düğüm noktalarının deplasman vektörü ve $\{F\}$ ise düğüm noktalarının yük vektörüdür. Sonlu elemanlar yöntemi prensibine dayanan birçok bilgisayar

programı vardır. Bu çalışmada tabakanın sonlu eleman modeli ANSYS Mechanical APDL Product Launcher (2015) programı kullanılarak yapılmıştır. Bu program İntel Core i7-2630 QM CPU işlemcili, 8 GB RAM hafızalı, 64 Bit işletim sistemine sahip bir bilgisayarda çalıştırılmıştır. Genel bir temas probleminin sonlu eleman modeli Şekil 2'deki gibi tanımlanmıştır

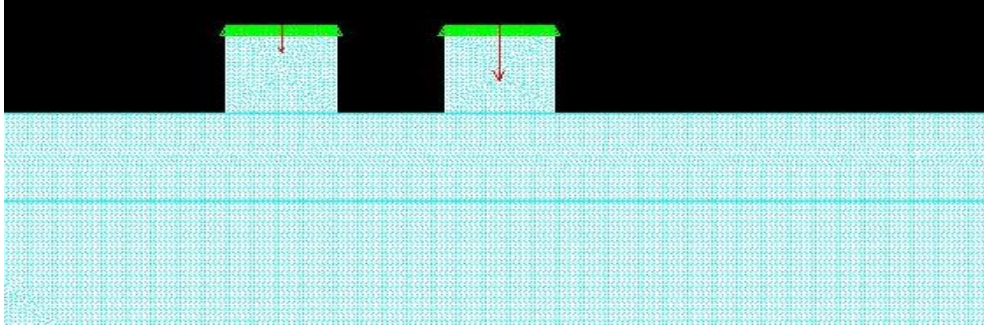


Şekil 2. Sonlu Eleman Modeli Akış Şeması

Problemin sonlu eleman modeli 2 boyutlu düzlem şekil değiştirme problemi olarak tanımlanmıştır. Geometrik model ANSYS standart menü araçlarıyla oluşturulmuştur. Eleman tipi olarak, elastisite ve plastisite gibi problem çözümlerinde kullanılan 8-node PLANE 183 kullanılmıştır. Mesh işleminde her çizgi 0.05 aralıklara bölünmüştür. Sonlu elemanlara bölme işleminde, ağ aralığı azaltıldığında işlem süresinde artış, aralık arttırılınca da sonuçlarda yakınsamayı bozma durumları ile karşılaşmıştır. Ayrıca blok-tabaka ve tabaka-elastik düzlem arasında temas çiftleri tanımlanmıştır. Bu çiftler temas ve hedef elemanları olarak ikiye ayrılır. Temas CONTA172, hedef ise TARGE169 elemanları olarak seçilmiştir. TARGE169 olarak, temas elemana göre yüzeyi büyük olan, daha rijit, düz yüzeyli elemanlar seçilmesi uygun olacaktır. Bunun yanında temas bölgesinde kullanılacak formülasyon seçilirken uygun temas koşullarını sağlayacak olan matematiksel yöntem de karar verilir. Bu çalışmada, temas algoritması olarak toplam potansiyel enerji teoremini kullanan Augmented Lagrangian Method tercih edilmiştir. Bu yöntemde temas algılama noktasında hesaplanan kuvvet şu şekildedir:

$$F_c = k_c * D_p + l \quad (8)$$

Burada l , kuvvet hesaplamasını güçlendiren dahili olarak hesaplanmış bir terimdir. Bunun amacı, temas sertliğine duyarlılığı azaltmaktır.



Şekil 3. Problemin $Q=2P$ durumuna ait ANSYS Modeli

Tüm elemanlar homojen, elastik-izotrop, tabaka yüksekliği $h=1$ m. ve tabaka uzunluğu $L=20$ m. olarak seçilmiştir. İlk ayrılma yükü (λ_{cr}) ve malzeme özellikleri ise aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

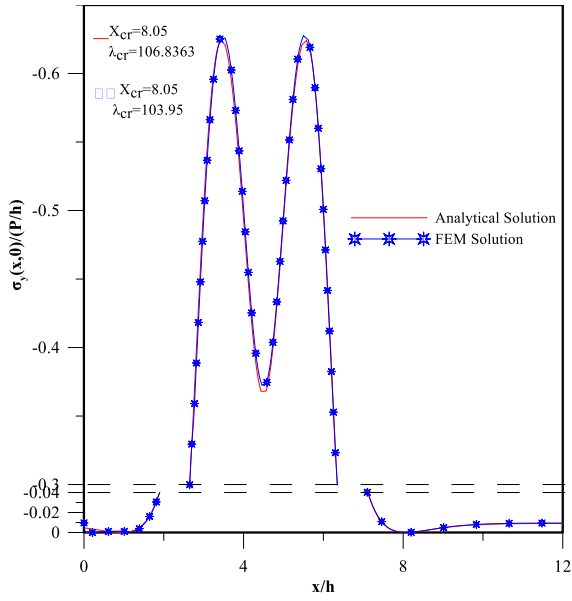
$$\lambda_{cr} = P_{cr} / \rho_1 g h^2 \quad (9)$$

Tablo 1. Malzeme Özellikleri

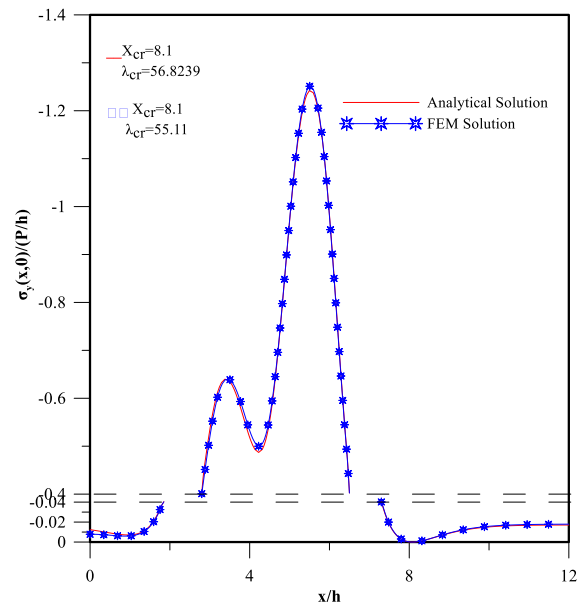
Eleman	Elastisite Modülü (MPa)	Poisson Oranı (MPa)
Tabaka	25000	0.25
Elastik Düzlem	50000	0.25
Rijit Bloklar	e^{10}	0.25

IV. SONUÇLAR

Çalışmada, iki düz rijit blok ile yüklenmiş ve elastik yarı sonsuz düzleme oturan homojen tabakanın sürekli temas problemi sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar, analitik çözümden elde edilen sonuçlarla grafiksel olarak karşılaştırılmıştır. Çözümde yer alan büyüklükler normalize edilmiş değerlerdir ve oranlara bağlı olarak ifade edilmiştir. Özşahin tarafından yapılan analitik çözümde integral denklemler Gauss-Chebyshev integasyon formülleri yardımıyla sayısal olarak ayrı ayrı çözülmüş, rijit blok altındaki temas gerilmesi dağılımı farklı yüklemeler altında verilmiştir. Analitik çözüm yönteminde karmaşık matematiksel ifadeler bulunmakta ve problemin çözüm süresi aylarca olabilmektedir. Sonlu elemanlar yöntemi ile problemin çözümü çok daha kolay ve zaman bakımından kıyaslanamayacak derecede kısadır. Çözümler mesh aralığına bağlı olarak ortalama 10-12 dakika arasında değişen sürelerde yapılmıştır.



Şekil 4. $\sigma_y(x,0)$ Elastik yarım düzlem ile tabaka arasındaki gerilme dağılışı ($a/h=3$, $b/h=4$, $c/h=5$, $d/h=6$, $Q=P$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_2/\mu_1=2$)

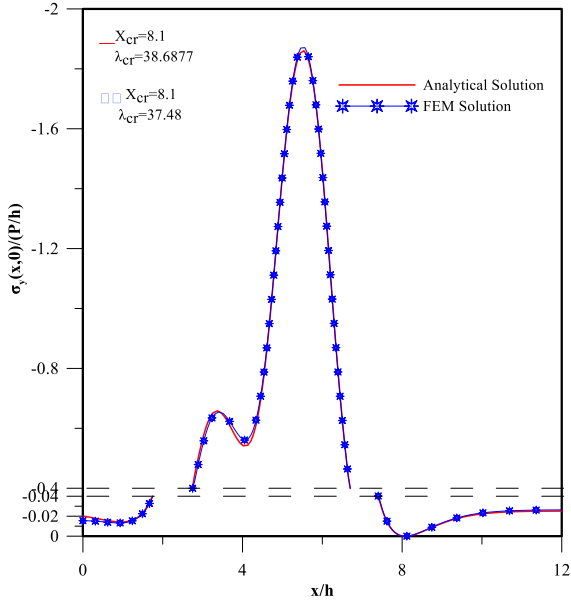


Şekil 5. $\sigma_y(x,0)$ Elastik yarım düzlem ile tabaka arasındaki gerilme dağılışı ($a/h=3$, $b/h=4$, $c/h=5$, $d/h=6$, $Q=2P$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_2/\mu_1=2$)

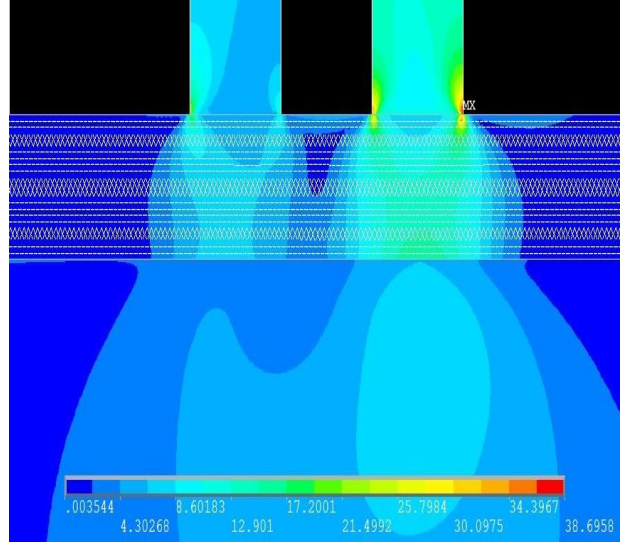
Şekil 4,5 ve 6'da homojen tabaka ile elastik yarı sonsuz düzlem arasında meydana gelen temas gerilmeleri farklı yükleme durumları altında verilmiştir. Ayrıca, tabakanın elastik düzlemden ayrılmasına sebep olacak ilk ayrılma yükü (λ_{cr} ve ayrılma uzaklığı (x_{cr}) grafikler üzerinde gösterilmiştir. Şekil 4'de her iki blok yükünün eşit olması durumuna ait grafikler verilmiştir. Bu durumda tabakanın elastik düzlemden ayrılmasına sebep olacak kritik yük değeri, diğer yükleme durumlarına göre çok daha fazladır. İkinci blok yükünün artması, tabakanın elastik düzlemden ayrılmasını kolaylaştırmıştır. Ancak her üç yükleme durumu incelendiğinde, ilk ayrılma uzaklığının önemli bir değişim göstermediği söylenebilir. Bloklardaki yükleme durumları, tabaka-düzlem yüzeyi boyunca temas gerilmelerini etkilemiştir. Blok altlarında oluşan gerilmeler blok yüklerine bağlı olarak artış göstermiştir. Şekil 4'de tabaka yüzeyi boyunca temas gerilmelerinin blok altlarında eşit olduğu ancak Şekil 5 ve Şekil 6'da ikinci blok altında kalan bölgede temas gerilmesinin daha fazla olduğu görülmektedir.

Şekil 7'de ikinci blok yükünün iki kat fazla olması durumuna ait ANSYS çözümü sunulmuştur. Özellikle ikinci blok köşelerinde meydana gelen gerilme değerlerinin yüksek olduğu görülmektedir. Aynı zamanda Şekil 7, $Q=2P$ yükleme durumlarının grafiksel olarak verildiği Şekil 5, Şekil 10 ve Şekil 11'deki verileri desteklemektedir.

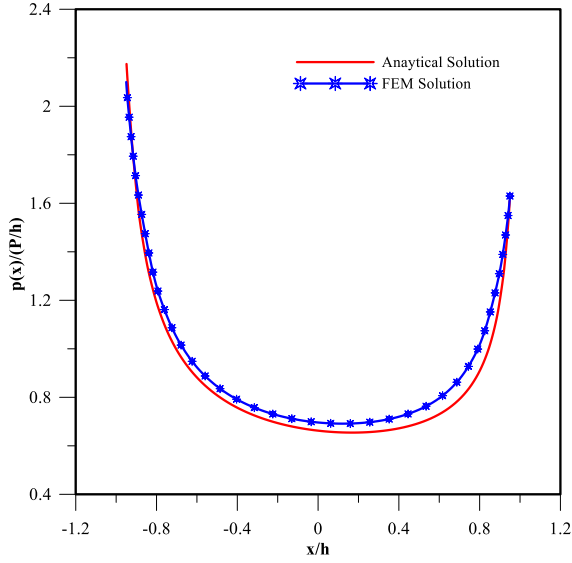
Şekil (8-11) blokların altındaki temas gerilmeleri farklı yükleme durumlarına göre verilmiştir. Bu grafiklerde, ikinci blok yükünün artması durumunda temas gerilmelerinin arttığı, birinci bloğun gerilme değerlerinin özellikle ikinci bloğa yakın olan köşede önemli ölçüde azaldığı görülmektedir. Bu durumun bloklar arası mesafenin, blokların birbirleriyle olan etkileşiminde önemli bir etkisi olduğunu açıkça göstermektedir.



Şekil 6. $\sigma_y(x,0)$ Elastik yarım düzlem ile tabaka arasındaki gerilme dağılışı ($a/h=3$, $b/h=4, c/h=5, d/h=6, Q=3P, \kappa_1 = \kappa_2=2, \mu_2/\mu_1=2$)

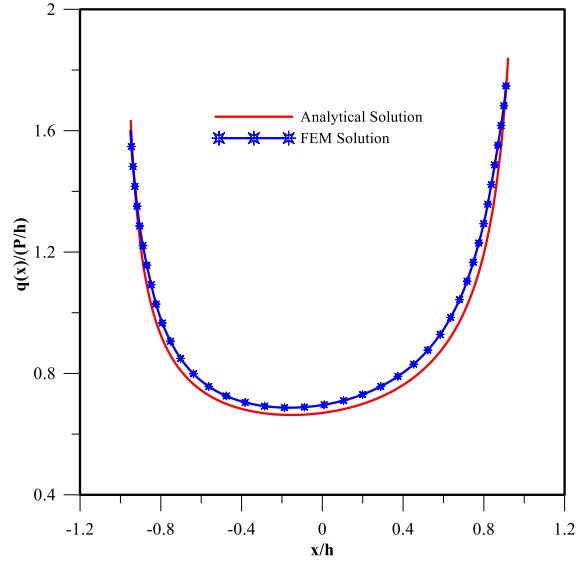


Şekil 7. $Q=2P$ yükleme durumunda ANSYS çözümünden elde edilen gerilme dağılımları ($a/h=3$, $b/h=4, c/h=5, d/h=6, \kappa_1 = \kappa_2=2, \mu_2/\mu_1=2$)



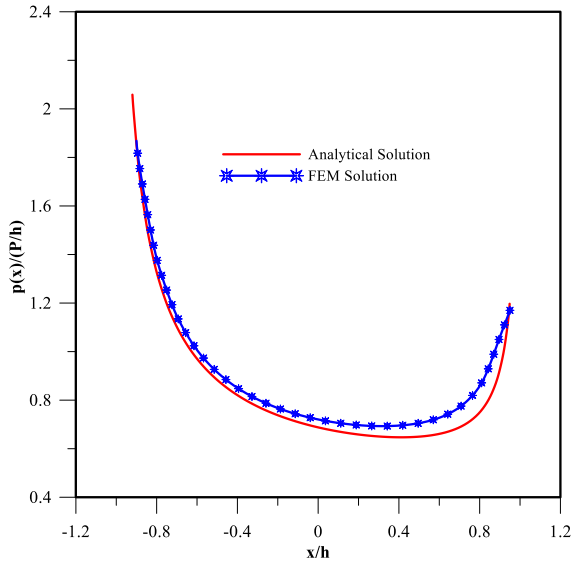
Şekil 8. 1. Blok altındaki gerilme dağılışı

($a/h=3, b/h=4, c/h=5, d/h=6, Q=P, \kappa_1 = \kappa_2=2, \mu_2/\mu_1=2$)

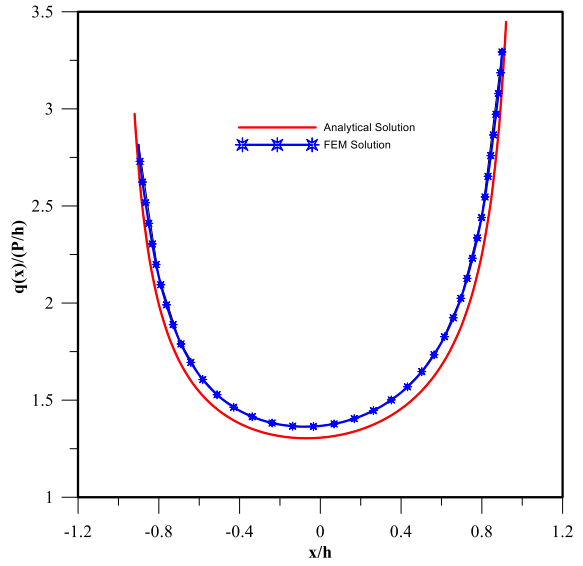


Şekil 9. 2. Blok altındaki gerilme dağılışı

($a/h=3, b/h=4, c/h=5, d/h=6, Q=P, \kappa_1 = \kappa_2=2, \mu_2/\mu_1=2$)



Şekil 10. 1. Blok altındaki gerilme dağılışı ($a/h=3$, $b/h=4$, $c/h=5$, $d/h=6$, $Q=2P$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_2/\mu_1=2$)



Şekil 11. 2. Blok altındaki gerilme dağılışı ($a/h=3$, $b/h=4$, $c/h=5$, $d/h=6$, $Q=2P$, $\kappa_1=\kappa_2=2$, $\mu_2/\mu_1=2$)

1. bloğun 2. bloktan uzak olan köşesinde oluşan gerilme değerleri yükün artmasıyla önemli bir değişim göstermezken, 2. bloğun her iki köşesi de yük değişiminden etkilenmiştir. Ancak yakın olan blok kenarlarında özellikle 1. blokta gerilmeler önemli oranda azalırken, 2. blokta da aynı ölçüde bir artış meydana gelmiştir.

Bu çalışmada, iki düz rijit blok ile yüklenmiş ve elastik yarı sonsuz düzleme oturan homojen tabakanın sürekli temas problemi elastisite teorisi ve sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak incelenmiştir. Grafikler genel olarak incelendiğinde, yük arttıkça blok altlarında ve tabaka-düzlem arasında oluşan temas gerilmeleri artmıştır. İki farklı yöntemden elde edilen sonuçlar karşılaştırılmış ve sonuçların birbirleriyle oldukça uyumlu olduğu görülmüştür. Sonuç olarak, karmaşık ve çözümü uzun matematiksel ifadelerin yerine, çözüm süresi oldukça kısa olan sonlu elemanlar yöntemi tercih edilebilir.

V. KAYNAKLAR

- [1] H. Hertz, "On The Contact of Elastic Solids," *J. Reine Ang.Mathematic*, s. 92, ss. 156-171, 1982.
- [2] N. I. Muskhelishvili, *Some Basic Problems of The Mathematical Theory Of Elasticity*, Groningen, Netherlands: Noordhoff, 1963, ss. 1-100.
- [3] I. S. Ufliand, "Survey Of Articles On The Applications of Integral Transforms In The Theory of Elasticity," Raleigh, N.C. : North Carolina State College Translation Series, 1965.
- [4] F. L. Çakıroğlu ve R. Erdöl, "Elastik zemine oturan bileşik şeritlerde sürekli değme problemi," 6. Ulusal Mekanik Kongresi, Türkiye, 1989, ss. 234-248.

- [5] J. P. Dempsey, Z. G. Zhao ve H. Li, "Axisymmetric Indentation of An Elastic Layer Supported By A Winkler Foundation," *International Journal of Solids and Structures*, s. 27, ss. 73-87, 1991.
- [6] T. Ş. Özşahin, "Rijit iki düz blok üzerine oturan bileşik tabakada sürekli ve süreksiz temas problemi," Doktora tezi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon, Türkiye, 2000.
- [7] A. Birinci, R. Erdöl, "Two Strips Problems Resting On An Elastic Foundation," *Mathematic & Computational Applications*, c. 7, s. 3, ss. 275-286, 2002.
- [8] V. Kahya, "İki tabakalı elastik ortamda sürekli ve süreksiz değme problemlerinin incelenmesi," Doktora tezi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon, Türkiye, 2003.
- [9] O. I. Zhupanska, "Contact Problem For Elastic Shapers: Applicability Of The Hertz Theory To Non-Small Contact Areas," *International Journal of Engineering Science*, s. 49, ss. 576-588, 2011.
- [10] S. El-Borgi, R. Abdelmoula ve L. Keer, "A Receding Contact Problem Between a Functionally Graded Layer and a Homogeneous Substrate," *International Journal of Solids and Structures*, s. 43, ss. 658-674, 2006.
- [11] G. Adıyaman, "İki çeyrek düzlem üzerine oturan elastik bir tabakanın sürtünmesiz ve ayrılmalı temas problemi," İnşaat Mühendisliği Bölümü, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon, Türkiye, 2013.
- [12] M. Yaylacı, E. Öner ve A. Birinci, "Comparison Between Analytical And Ansys Calculations For A Receding Contact Problem," *Journal of Engineering Mechanics*, c. 140, s. 9. 2014.
- [13] E. Öner, M. Yaylacı ve A. Birinci, "Analytical Solution Of A Contact Problem And Comparison With The Results From FEM", *Structural Engineering and Mechanics*, c. 54, s. 4, 2015.
- [14] A. Polat, Y. Kaya ve T.Ş. Özşahin, "Fonksiyonel Derecelendirilmiş Tabakada Sürekli Temas Probleminin Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Analizi," 20. Ulusal Mekanik Kongresi, Bursa, Türkiye, 2017, ss. 332-341.
- [15] Y. Kaya, A. Polat ve T.Ş. Özşahin, "Rijit Olarak Mesnetlenmiş Homojen Tabakada Sürekli Temas Probleminin Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Analizi," II. International Conference on Advanced Engineering Technologies, Bayburt, Türkiye, 2017, ss. 1037-1042.
- [16] ANSYS Software, Bilgisayar Programı, Houston PA, Swanson Analysis System, 2015.
- [17] T. Ş. Özşahin, "Frictionless Contact Problem For A Layer On An Elastic Half Plane Loaded By Means Of Two Dissimilar Rigid Punches", *Structural Engineering and Mechanics*, c. 25, s. 4, ss.383-403, 2007.
- [18] J.Li, J.Z. Liu, T. Korakianitis ve P.H.Wen, "Finite Block Method in Fracture Analysis with Functionally Graded Materials," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, s. 82, ss. 57-67, 2017.

[19] P. Bora, "İki rijit dikdörtgen blok ile yüklenmiş elastik yarı sonsuz düzlem üzerine oturan iki elastik tabakanın temas problemi," Doktora tezi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon, Türkiye, 2016.

[20] M.A.Güler, A. Küçüksucu, K.B. Yılmaz ve B. Yildirim, "On The Analytical And Finite Element Solution Of Plane Contact Problem Of A Rigid Cylindrical Punch Sliding Over A Functionally Graded Orthotropic Medium," *International Journal of Mechanical Sciences*, s. 120, ss. 12–29, 2017.