

İKİ LEVHA ARASINDAKİ LAMİNER AKIŞTA DEĞİŞKEN DUVAR KALINLIĞININ ISI TRANSFERİNE ETKİSİNİN SAYISAL ANALİZİ

Mehmet Emin ARICI
Karadeniz Teknik Üniversitesi
Makine mühendisliği Bölümü
61080 TRABZON
0462-3772900
arici@ktu.edu.tr

Birol ŞAHİN
Karadeniz Teknik Üniversitesi
Makine mühendisliği Bölümü
61080 TRABZON
0462-3772960
birsahin@ktu.edu.tr

ÖZET

İki paralel levha arasındaki laminer akışta değişken duvar kalınlığının ısı transferi karakteristiklerine etkisi sayısal olarak analiz edildi. Değişken duvar kalınlığı durumları, lineer ve herhangi bir serbest formda incelenen ya da kalınlaşan duvar olarak belirlendi. Bu duvar tipleri ile ilgili ısı transferi sonuçları sabit kalınlığa sahip duvar sonuçları ile karşılaştırılmalı olarak incelendi. Sayısal sonuçlar, değişken duvar kalınlığının duvar ısı iletkenliği ve akış Reynolds sayısına bağlı olarak ısı transferi karakteristikleri üzerinde önemli etkisinin olduğunu göstermektedir.

ABSTRACT

Effect of variable wall thickness on heat transfer characteristics for laminar flow between two parallel plates has been numerically analyzed. The variable wall thickness cases are prescribed as tapering wall and increasing thickness in the flow direction with linear or any other arbitrary manner. The heat transfer results for these cases have been comparatively discussed together with the result of constant thickness wall case. The numerical results show that, depending on the wall thermal conductivity and the flow Reynolds number, the variable wall thickness has significant effect on heat transfer characteristics.

1. GİRİŞ

Kanal akışlarındaki ısı transferi problemi, ısı eşanjörleri, güneş enerjisi toplayıcıları ve elektronik aletlerin soğutucularının projelendirilmesi gibi alanlarda uygulaması olan bir konudur. Bu tür problemlerin çözümünde bilinen yaklaşım, akış bölgesi için geçerli olan enerji denklemini akışkan ile temas halinde olan duvardaki sınır koşulu ile birlikte çözmektir. Bu yaklaşımla duvar kalınlığının ve duvar ısı iletiminin ısı transferine olan etkisi ihmal edilmektedir. Kanal duvarlarından en az birinin sonlu kalınlığa sahip olması durumundaki ısı transferi, akışkanın fiziksel özellikleri ve akışın karakteri yanında duvarın özelliklerine de bağlı olur. Taşınım ısı transferi problemini çözerken duvar parametrelerini de dikkate alan bu yaklaşım birleşik (conjugate) ısı transferi yaklaşımı olarak bilinir.

Zorlanmış taşınım ısı transferinde ısı taşınım katsayısı ve yerel ortalama akışkan sıcaklığı gibi ısı transferi karakteristikleri akış doğrultusunda önemli ölçüde değişir. Bu büyüklüklerin değişimine, duvar kalınlığının ve duvar ısı iletim katsayısının etkisi önemlidir. Birleşik ısı transferi problemi ile ilgili çalışmalarda genellikle bu iki parametrenin ısı transferine etkisi araştırılır. Literatürde bu parametrelerin etkisini konu olarak seçen çalışmalara rastlamak mümkündür. Luikov'un sonlu kalınlığa sahip düz bir levha üzerinde laminer akışta duvar parametrelerinin ısı transferine etkisi bu konu ile ilgili ilk çalışmalardan biridir [1]. Campo ve Schuler tarafından yapılmış olan sayısal çalışmada sonlu fark yöntemi

kullanılarak, kalın bir duvara sahip olan dairesel kesitli boru duvarının ısı transferi karakteristiklerine etkisi incelendi [2]. Benzer geometri için birleşik ısı transferi problemi Barozzi ve Pagliarini tarafından süperpozisyon ilkesi ve sonlu eleman yöntemi birlikte kullanılarak çözüldü [3]. Wijesundera'nın yaptığı analitik çalışmada dairesel kesitli boruda ve iki paralel levha arasındaki laminer akışta duvardaki aksel isı iletiminin ısı transferine etkisi Duhamel süperpozisyon tekniği kullanılarak incelendi [4]. Değişken duvar kalınlığının ısı transferine etkisi Lim ve Bejan'ın yaptığı çalışmada incelendi [5]. Boru duvarında aksel ısı iletimini minimum yapan optimum duvar profili varyasyonel hesapla belirlenip sayısal olarak test edildi [6]. Kanallarda zorlanmış taşınım ısı transferinde duvar kalınlığı değişiminin etkisi birleşik ısı transferi problemi olarak Şahin [7] tarafından analiz edildi.

Duvar ısı iletim katsayısı ve duvar kalınlığının ısı transferine olan etkisi ile ilgili çalışmalar literatürde mevcut olmasına rağmen değişken duvar kalınlığı ile ilgili çalışmalar sınırlıdır. Bu bildirinin amacı, araştırmaya konu olan kanalda duvar kalınlığının akış doğrultusunda değişiminin ısı transferi performansına etkisini sayısal olarak analiz etmektir.

2. SAYISAL ANALİZ

Problemle ilgili çözüm bölgesinin şematik resmi Şekil 1'de verilmiştir. Aralarında akış gerçekleşen levhalardan birinin tamamen yalıtılmış diğerinin ise sonlu kalınlığa sahip olduğu kabul edilmiştir. Çözüm bölgesi $x = 0$ ile $x = L$ ve $y = 0$ ile $y = W$ arasında kalan alanı kapsamaktadır. Sayısal çözümde hesaba alınan bölgenin kenar uzunlukları eşit alınmış olup Kaynak [8]'de belirtildiği gibi aktif ve aktif olmayan iki alt bölgeye ayrılmıştır. Bu bölgeleri ayıran sınır değişken duvar sınırını oluşturmaktadır. Birleşik ısı transferi problemi, aşağıda verilen genel taşınım denklemleri ve enerji denklemi ile temsil edilir.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

Bu denklemler sonlu kontrol hacmi yöntemi kullanılarak ayrıklaştırılmış [9] ve birleşik ısı transferi problemini çözebilecek şekilde geliştirilen bir bilgisayar programı yardımı ile çözülmüştür.

Akış için sınır koşulları, katı sınırlarda kaymama sınır koşulu ve çözüm bölgesi girişinde ise tam gelişmiş akış sınır koşulu şeklindedir. Enerji denklemi aynı anda hem akış hem de katı bölgeye (duvar bölgesine) uygulanmaktadır. Enerji denklemi katı bölgeye uygulanırken aktif olmayan bölge de çözüm alanına dahil edilmekte ve denklem Laplace denklemine dönüşmektedir. Isıl sınır koşulu üst levhada ve değişken duvarın her iki ucunda yalıtım sınır koşuludur. Akışkan $x = 0$ da uniform sıcaklığa sahiptir. Sonlu kalınlıktaki alt levhanın dış yüzey sıcaklığı sabit olup, aktif olmayan duvar bölgesindeki ısı iletim katsayısına çok büyük değer verilerek sabit sıcaklık sınır koşulununun değişken duvar sınırına kadar ulaşması sağlanmaktadır.

Duvardaki kalınlık değişiminin,

$$\delta(x) = a - bx^n \quad (5)$$

şeklinde olduğu kabul edilmektedir. Burada, δ_0 duvarın L boyunca alınan ortalama kalınlığı olup $a = 2\delta_0$ dir. Duvar malzemesinin hacmi her durumda sabit kalmak üzere, bu sabit hacim akış doğrultusunda incelen ve akış doğrultusunda kalınlaşan duvar olmak üzere, sırasıyla

$$\delta_0 L = \begin{cases} \int_0^L (a - bx^n) dx, & \delta^- \text{ duvar profili} \\ \int_L^0 (a - bx^n) dx, & \delta^+ \text{ duvar profili} \end{cases} \quad (6)$$

olarak tanımlanır ve integral alınırsa,

$$b = (a \mp \delta_0)(n+1) \frac{L}{L^{n+1}} \quad (7)$$

elde edilir. Denklem (7)'deki x 'in kuvveti $n = 0$, $n = 1$, $n = 1/2$ ve $n = 1/4$ şeklinde seçilerek değişik duvar profilleri tanımlanmış olur. Burada $n = 0$ durumu sabit kalınlıkta duvara, $n = 1$ durumu ise duvar kalınlığının lineer değişimine karşılık gelmektedir.

Newton'un soğuma kanununa göre katı bir yüzey ve bu yüzeyle temas halinde olan akışkan arasındaki ısı transferi, taşınım katsayısı ile yüzey

ve yerel ortalama akışkan sıcaklık farkının çarpımına eşittir. Bu parametrelerden birinin değişimi transfer edilen ısının da değişimine neden olacaktır. Bunun için yaygın olarak kullanılan yollardan biri ısı taşınım katsayısının büyütülmesidir. Isı taşınım katsayısının büyütülmesi ile ilgili çalışmalar, ısı transferini iyileştirme teknikleri adı altında incelenir. Söz konusu tekniklerle ilgili sınıflandırma ve literatür özeti Bergles [10] tarafından verilmektedir. İyileştirme tekniklerinin hepsinde, akışa engel getirilmiş olması nedeniyle basınç kaybı meydana gelir. Bu çalışmada ise akışa herhangi bir engel getirilmeden sadece duvar kalınlığının değiştirilmesi yolu ile sıcaklık farkında meydana gelen değişimin ısı transferi performansına etkisi incelendi.

Isı transferini karakterize eden yerel Nusselt sayısı, ara yüzey sıcaklığı ve yerel ortalama akışkan sıcaklığının x eksenini boyunca değişimi, kalınlığı akış doğrultusunda azalan ve artan duvar profilleri için iki ayrı duvar ısı iletim katsayısı ve seçilmiş bir Reynolds sayısı değeri için Şekil 2-3'de sunuldu. Yine ısı iletim katsayısı ve Reynolds sayılarının belirlenen bu değerlerinde ve değişik duvar profilleri için eş sıcaklık eğrileri Şekil 4'de verildi. Bütün sonuçlar karşılaştırma yapmak amacıyla sabit kalınlıktaki duvar profili sonuçları ile birlikte sunuldu. Ayrıca genel sonuçların bir özeti değişik üç Reynolds sayısı ve beş ayrı k_{sf} değeri için Tablo 1'de görülmektedir.

Sonuçları sunulan bütün ısı iletim katsayıları ve Reynolds sayıları için ısı transferinde en büyük artışlar, duvar kalınlığının lineer olarak değişmesi durumunda ($n = 1$) gerçekleştiği Tablo 1'de görülmektedir. Yine bu tablodan ısı transferindeki artış oranının n değerinin küçülmesi ile azalmakta olduğu görülür. Şekil 2 ve Şekil 3 birlikte değerlendirilse, değişken duvar kalınlığının Nusselt sayısı, ara yüzey sıcaklığı ve yerel ortalama akışkan sıcaklığı gibi ısı transferi karakteristiklerine olan etkisinin düşük duvar ısı iletkenliği durumunda daha belirgin olduğu sonucuna varılır. Bu grafikler Tablo 1'deki genel sonuçlarla birlikte değerlendirildiğinde, ısı transferindeki toplam artışın δ^- tipindeki duvar profilinde mi yoksa δ^+ tipindeki duvar profilinde mi daha fazla olduğu hususunda genel bir sonuç çıkarılamayacağı sonucuna varılır. Grafiklerden ve Şekil 4'deki eş sıcaklık eğrilerinden ise, δ^- tipindeki profillerin ısı transferi karakteristiklerinin δ^+ tipindekilerden farklı oldukları sonucu çıkarılır.

Bilindiği gibi Nusselt sayısı akış bölgesinde tanımlanır ve duvar yakınında boyutsuz sıcaklık gradyanı olarak bilinir. Şekil 4'deki eş sıcaklık eğrilerinden görüldüğü gibi kanal çıkışına doğru gidildikçe δ^+ tipindeki kanallarda sıcaklık gradyanı azalırken aynı doğrultuda δ^- tipindeki kanallarda artmaktadır. Bu davranışın Nusselt sayısına yansımaları ise özellikle Şekil 2'de belirgin olarak

görülmektedir. Böylece, δ^+ tipindeki duvara sahip kanallardaki yerel Nusselt sayısının düz duvara sahip kanala göre daha düşük olurken δ^- tipindeki durum bunun tamamen tersi olup yerel Nusselt sayısı düz duvara sahip kanalın Nusselt sayısı değerlerinin üzerinde kalır. Diğer taraftan, δ^- tipindeki duvarlarda ara yüzey ve ortalama akışkan sıcaklıkları akış doğrultusunda artmakta iken δ^+ tipindeki duvarlarda akışkan ve ara yüzey arasındaki sıcaklık farkı akış doğrultusunda birbirine yaklaşmaktadır. Her iki kanal tipi için yerel sıcaklık farklarının değişimi karşılaştırıldığında δ^+ tipindeki duvara sahip kanallarda ısı transferinin daha yüksek sıcaklık farkı ile transfer edildiği görülür.

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Elde edilen sayısal bulgular, duvar ısı iletkenliği ve akış Reynolds sayısı gibi parametrelerin birleşik ısı transferi problemi üzerindeki bilinen etkisine ilave olarak değişken duvar kalınlığının da etkili bir parametre olduğunu göstermektedir. Bu etki, Nusselt sayısı, katı-akışkan ara yüzey sıcaklığı ve yerel ortalama akışkan sıcaklığı gibi karakteristiklerin değişmesi ve bu değişimin sonucu olarak ısı transferinde artış şeklinde görülmektedir. Böylece, sabit kalınlığa sahip duvar yerine değişken kalınlığa sahip duvar kullanmak, ısı transferini iyileştirmek için alternatif yöntem olarak görülmektedir. Ancak, birleşik ısı transferinde değişken duvar kalınlığı kullanmanın yeni bir ısı transferini iyileştirme tekniği olarak önerilebilmesi için çalışmanın kapsamının genişletilmesi gerekir.

5. SEMBOLLER

k_{sf}	duvar/akışkan ısı iletim katsayısı oranı
L	çözüm bölgesi boyu
W	çözüm bölgesi genişliği (=L)
x	yatay koordinat
y	düşey koordinat
q_0	sabit kalınlıklı duvar durumunda ısı akısı
q_x	değişken kalınlıklı duvar durumunda ısı akısı
q*	boyutsuz ısı akısı
$\sum q^*$	kanal boyunca toplam ısı akısı
T*	boyutsuz sıcaklık (=)
T_i	katı/akışkan ara yüzey sıcaklığı
T_m	yerel ortalama akışkan sıcaklığı
q_0	sabit kalınlıklı duvar durumunda ısı akısı
q_x	değişken kalınlıklı duvar durumunda ısı akısı
δ_0	sabit kalınlıklı duvar kalınlığı
δ^-	akış yönünde incelen duvar kalınlığı
δ^+	akış yönünde kalınlaşan duvar kalınlığı

6.KAYNAKLAR

1. A. V. Luikov, Conjugate Convective Heat Transfer Problems, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 17, pp. 257-265, 1974.

2. A. Campo ve C. Schuler, Heat Transfer in Laminar Flow Through Circular Tubes Accounting for Two-dimensional Wall Conduction, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 31, pp. 2251-2259, 1988.

3. G. S. Barozzi ve G. Pagliarini, A Method of Solve Conjugate Heat Transfer Problem: the Case of Fully Developed Laminar Flow in a Pipe, J. Heat Transfer, vol. 107, pp. 77-83, 1985.

4. N. E. Wijesundera, Laminar Forced Convection in Circular and Flat Ducts with Wall Axial Conduction and External Convection, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 29, pp. 797-807, 1986.

5. J. S. Lim , A. Bejan ve J. H. Kim, The Optimal Thickness of a Wall with Convection on One Side, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 35, pp. 1673-1679, 1992.

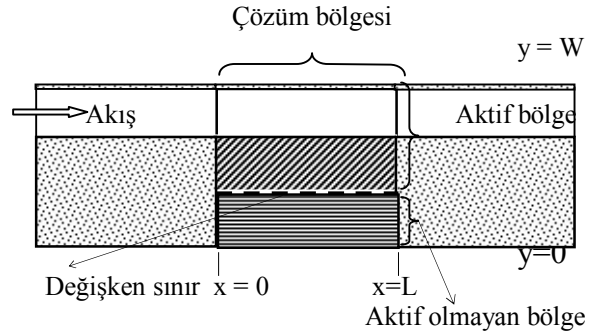
6. M. E. Arıcı, Determination and Use of the Optimal Variation of Pipe Wall Thickness for Laminar Forced Convection Heat Transfer, , Int. Com. Heat Mass Transfer vol. 29, pp. 663-672, 2002.

7. B. Şahin, İki Paralel Levha Arasındaki Laminer Akışta Değişken Duvar Kalınlığının Isı Transferine Etkisinin Sayısal Analizi, Yüksek Lisans Tezi, KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, 2002.

8. S. V. Patankar, Computation of Conduction and Duct Flow Heat Transfer, pp.116-117, Innative Research Inc. Maple Grove, 1991.

9. S. V. Patankar, Numerical Heat Transfer and fluid Flow, pp., McGraw Hill, New York, 1980.

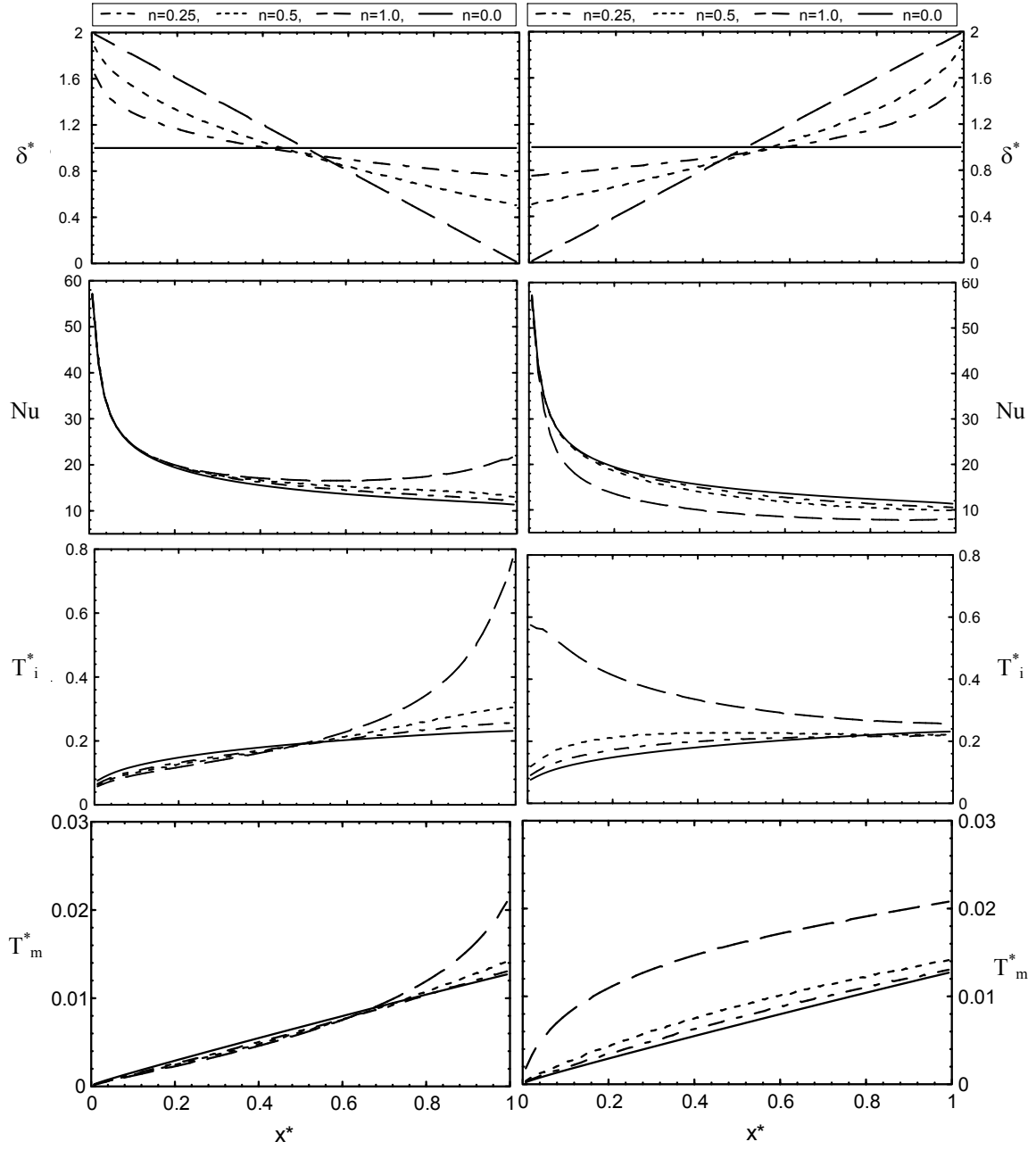
10. A. E. Bergles, Heat Transfer Enhancement-The Encouragement and Accommodation of High Heat Fluxes, ASME J Heat Transfer, vol. 119, pp. 8-19, 1997.



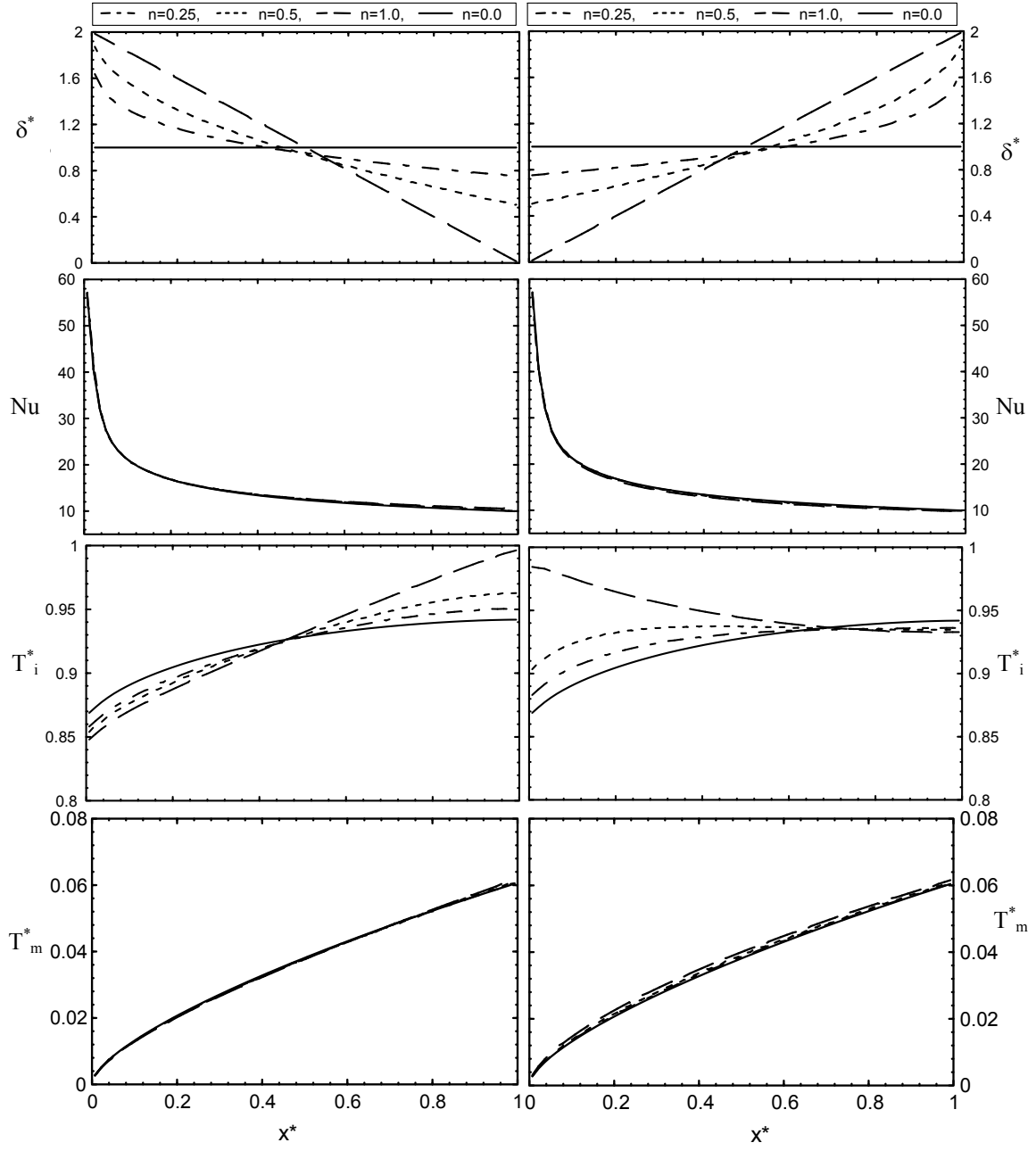
Şekil 1. Problem için şematik resim

Tablo 1. Isı transferi artış oranları

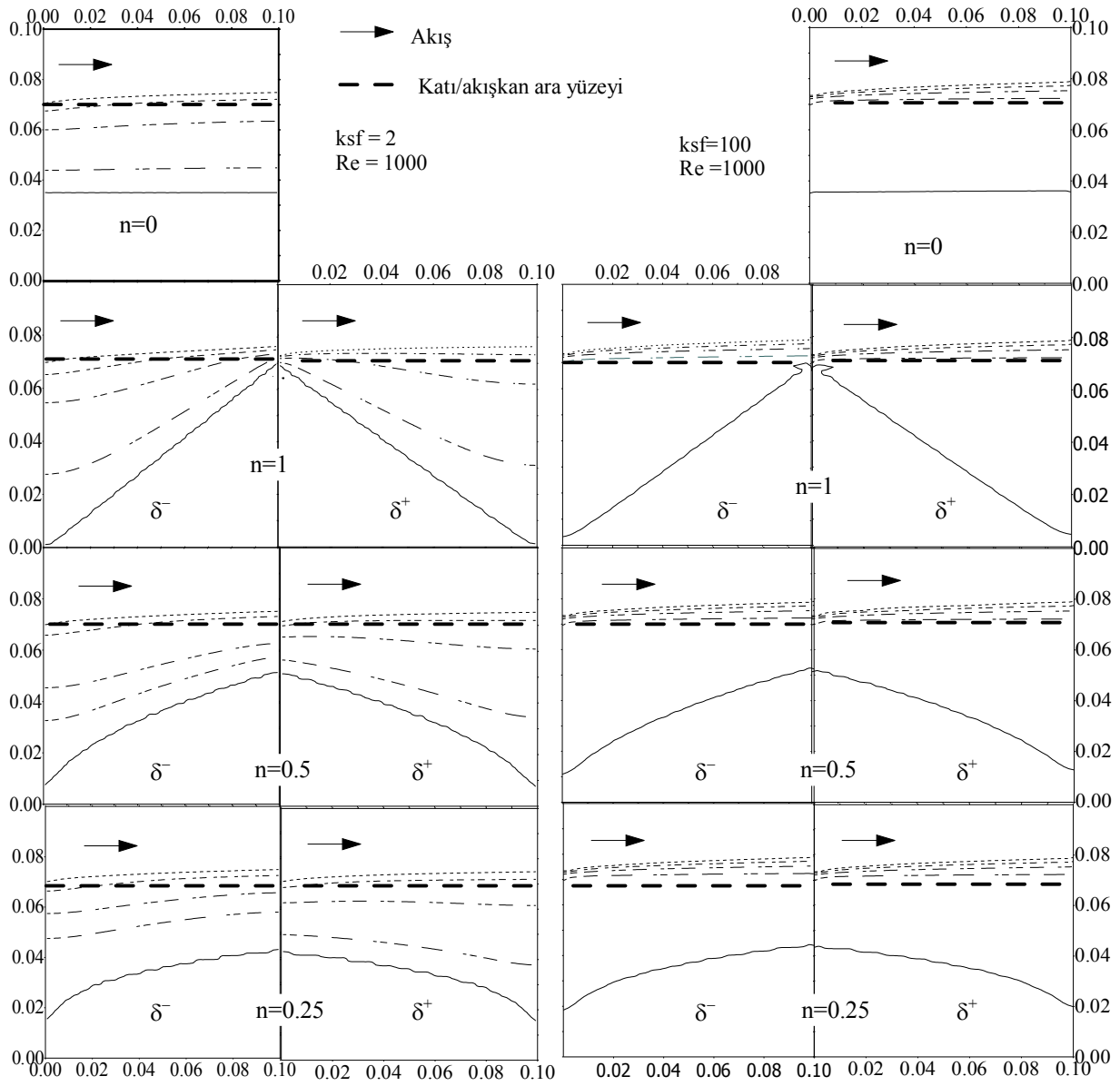
k_{sf} ↓	Re → δ n ↓	$[(\sum q_x^* - \sum q_o^*) / \sum q_o^*] * 100$					
		100		1000		2000	
		δ ⁻	δ ⁺	δ ⁻	δ ⁺	δ ⁻	δ ⁺
2	1	36.7	50.5	64.5	65.9	73.3	73.2
	0.5	8.0	9.5	11.4	11.4	12.1	12.1
	0.25	1.8	2.4	2.0	2.7	2.8	2.8
10	1	9.2	16.0	19.0	19.9	23.8	23.7
	0.5	3.7	5.5	5.2	5.4	6.2	6.2
	0.25	1.7	2.6	1.2	2.0	1.5	1.5
50	1	1.2	3.1	3.8	4.0	4.9	4.9
	0.5	0.3	1.0	1.3	1.4	1.7	1.6
	0.25	0.0	0.0	0.3	0.3	0.4	0.4
10 ²	1	0.0	0.1	1.8	1.9	2.4	2.3
	0.5	0.0	0.0	0.6	0.7	0.8	0.8
	0.25	0.0	0.0	0.1	0.2	0.2	0.2
10 ³	1	0.0	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1
	0.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.25	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0



Şekil 2. $Re=1000$ ve $k_{sf}=2$ için ısı transferi karakteristiklerinin akış doğrultusunda değişimi



Şekil 3. $Re=1000$ ve $k_{sf}=100$ için ısı transferi karakteristiklerinin akış doğrultusunda değişimi



Şekil 4. Değişik duvar tipleri için eş sıcaklık eğrileri